$(X=\sqrt{x};\ x \to 0^+; X \to 0^+)$

$= \lim_{X\to 0^+} \left[(X\text{Log}(X^2))^2\right] = \lim_{X\to 0^+} \left[(2X\text{Log}X)^2\right]$

$= 0 = f_2(0) \quad \Rightarrow f_2$ est continue en 0.

• La fonction qui à $x \mapsto (\text{Log}x)^2$ est continue sur $]0,+\infty[$

$\Rightarrow f_2$ est continue sur $]0,+\infty[$

Bilan : f_2 est continue sur $[0,+\infty[$.

• $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{f_2(x)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \left[(\text{Log}x)^2\right] = +\infty \Rightarrow f_2$ n'est pas dérivable en 0.

Bilan : le domaine de dérivabilité de f_2 est $]0,+\infty[$.

2/ ★ $\forall x > 0; f_1'(x) = \text{Log}x + x\dfrac{1}{x} = \text{Log}x + 1$

D'où le tableau de variation de f_1

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f_1'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f_1(x)$	‖ 0	↘	$-e^{-1}$	↗	$+\infty$

• $\lim_{x\to+\infty} f_1(x) = \lim_{x\to+\infty} \left[x(\text{Log}x)^1\right] = +\infty.$

• $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{f_1(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left[(\text{Log}x)^1\right] = +\infty \Rightarrow C_1$ (la courbe de f_1)

possède une branche parabolique infinie de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

▸ $\forall x > 0; f_2'(x) = (\text{Log}x)^2 + x\dfrac{2}{x}\text{Log}x = \text{Log}x[\text{Log}x + 2]$

x	0		e^{-2}		1		$+\infty$
signe(Logx)	‖	$-$		$-$	0	$+$	
signe(Logx+2)	‖	$-$	0	$+$		$+$	
sig[Logx(Logx+2)]	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

• $\lim_{x\to+\infty} f_2(x) = \lim_{x\to+\infty} \left[x(\text{Log}x)^2\right] = +\infty$

D'où le tableau de variation de f_2.

x	0		e^{-1}		1		$+\infty$
$f_2'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f_2(x)$	‖ 0	↗	$4e^{-2}$	↘	0	↗	$+\infty$